

**Методические рекомендации по выполнению
контрольных работ**

Методические рекомендации по выполнению контрольных работ

К выполнению контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующего теоретического материала по рекомендованным учебникам и решенным задачам. Выбор варианта контрольной работы осуществляется по последней цифре зачетной книжки обучающегося. К примеру, если номер зачетной книжки заканчивается на цифру «7», следовательно выполняется вариант № 7, если на «0», тогда вариант №10. При этом рекомендуется руководствоваться следующими указаниями:

1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, на внешней обложке которой должны быть указаны фамилия и инициалы обучающегося, полный шифр, номер контрольной работы и дата ее отправления. Обучающиеся обязаны выполнить 5 заданий. Решения задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными, все вычисления необходимо делать полностью.
2. На контрольную работу преподаватель дает письменное заключение (рецензию) и выставляет оценку «зачтено» или «не зачтено». По получению проверенной контрольной работой обучающийся должен внимательно ознакомиться с замечаниями рецензента, исправить ошибки и повторить недостаточно усвоенный материал. В тех случаях, когда выполненная контрольная работа не соответствует установленным требованиям, она получает оценку «не зачтено» и студент обязан выполнить ее повторно. При этом следует учесть указания и замечания преподавателя, содержащиеся в рецензии.
3. Контрольная работа, выполненная по неправильному избранному варианту, возвращается учащемуся без проверки. Студент обязан выполнить ее повторно по соответствующему варианту. Контрольные работы выполняются студентами-заочниками в сроки, установленными учебным планом и графиком.

Цели и задачи дисциплины

Учащиеся должны приобрести ряд умений и навыков:

- использование своих знаний при решении задач
- анализировать и обобщать полученные знания
- ввести рациональную, грамотную, четкую запись решения

Тематический план

| | Наименование темы |
|--|--|
| | Основные понятия теории вероятностей. |
| | Дискретные и непрерывные случайные величины, законы распределения. Числовые характеристики дискретных случайных величин. |

Рекомендуемая литература

1. Гмурман В.Е. «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике».- М.: Высшая школа, 1983 г.
2. Захаров В.Н. «Теория вероятностей».- М.: Наука, 1983 г.
3. Калинина В.Н., Панкин В.Ф. «Математическая статистика». -М.: Высшая школа, 1998 г.
4. Коваленко И.Н. «Теория вероятностей и математическая статистика». -М.: Высшая школа, 1982 г.
5. Пугачев В.С. «Введение в теорию вероятностей».- М.: Наука, 1968 г.
6. Чистяков В.П. «Курс теории вероятностей». -М.: Наука, 1982.
7. Шипачев В.С. «Высшая математика». -М.: Высшая школа, 1985 г.

Теоретическая часть

Раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов, называется комбинаторикой. Она возникла в XVI веке и касалась в основном азартных игр. За последние годы комбинаторика переживает период бурного развития, связанного с проблемами дискретной математики, линейного программирования, статистики, теории информации.

1. Общие правила комбинаторики

Правило суммы.

Если объект А можно выбрать m способами, а другой объект В можно выбрать n способами, то выбор "либо А", "либо В" можно осуществить $m+n$ способами.

Задача: на одной полке книжного магазина стоит 20 различных книг, а на другой - 40 различных книг (и не таких, как на первой полке). Сколькими способами можно выбрать одну книгу?

Решение: Выбрать одну книгу из стоящих на этих полках можно выбрать по правилу суммы $20+30=50$ способами.

Правило произведения (принцип умножения).

Задача. Наряд студентки состоит из блузки, юбки и туфель. Девушка имеет в своем гардеробе четыре блузки, пять юбок и трое туфель. Сколько нарядов может иметь студентка?

Решение: Пусть сначала студентка выбирает блузку. Этот выбор может быть совершен четырьмя способами, так как студентка имеет четыре блузки, затем пятью способами произойдет выбор юбки и тремя способами выбор туфель. По принципу умножения получается $4 \times 5 \times 3 = 60$ нарядов (комбинаций).

Задача. В столовой предлагают два различных первых блюда, три различных вторых блюда и два вида десерта. Сколько различных обедов из трех блюд может предложить столовая?

Решение: По принципу умножения получаем $2 \times 3 \times 2 = 12$.

2. Размещения

Размещениями из " n " элементов по " m " элементов называются такие соединения из " m " элементов, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо их порядком.

Число размещений из "n" элементов по "m" элементов $A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots [n-(m-1)]$, $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

Задача. Студенты института изучают в каждом семестре по десять дисциплин. В расписание занятий включаются каждый день по 3 дисциплины. Сколько различных расписаний может составить диспетчерская?

Решение. Расписание на каждый день может отличаться либо предметами, либо порядком расположения этих предметов, поэтому имеем размещения: $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$.

3. Перестановки

Если брать размещения из "n" по "n" элементов, то они могут отличаться друг от друга только порядком входящих в них элементов. Такие соединения называются перестановками из "n" элементов. $P_n = A_n^n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 1 = n!$

Задача. 30 книг стоит на книжной полке, из них 27 различных книг и одного автора три книги. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы книги одного автора стояли рядом?

Решение: Будем считать три книги одного автора за одну книгу, тогда число перестановок будет P_{28} . А три книги можно переставлять между собой P_3 способами, тогда по правилу произведения имеем, что искомое число способов равно: $P_3 \times P_{28} = 3! \times 28!$

4. Сочетания без повторений

Сочетаниями из "n" элементов по "m" элементов называются такие соединения из "m" элементов, которые отличаются друг от друга составом, но не порядком элементов.

Число сочетаний из "n" элементов по "m" элементов $C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots [n-(m-1)]}{m!}$, $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

Справедливо следующее свойство: $C_n^m = C_n^{n-m}$.

Задача. В классе 20 учеников. Сколькими способами можно выбрать из них трех человек для участия в олимпиаде?

Решение. Искомое число способов выбора учеников равно

$$C_{20}^3 = \frac{A_{20}^3}{P_3} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} = \frac{6840}{6} = 1140.$$

Задача. В поисковой группе 6 человек. Для поисков группа разбивается на отряды, но так, чтобы в них было не менее двух человек и не более пяти человек. Сколько различных отрядов можно образовать?

Решение. Определим количество отрядов по два человека:

$C_6^2 = 15$. Определим количество отрядов по три человека: $C_6^3 = 20$. Количество отрядов по четыре человека: $C_6^4 = 15$. Количество отрядов по пять человек: $C_6^5 = C_6^1 = 6$.
Общее число отрядов по правилу суммы будет: $15+20+15+6=56$.

Задача. 6 мужчин и 11 женщин в цехе заболели неизвестным заболеванием. Чтобы поставить диагноз, следует взять выборочный анализ у 3 женщин и 2 мужчин. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Из 6 мужчин выбрать двух можно $C_6^2 = \frac{6 \cdot 5}{2!} = 15$ способами. Из 11 женщин выбрать трех можно $C_{11}^3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3!} = 165$ способами. Согласно правилу произведения имеется $15 \cdot 165 = 2475$ способов выбора двух мужчин и трех женщин.

Задача. В магазине работает 20 продавцов, из которых 6 мужчин. В смене занято 6 продавцов. Сколько различных смен можно составить, если в каждую смену работает 3 мужчин.

Решение. По принципу умножения перемножаем числа способов отбора мужчин и женщин: $n = C_6^3 \cdot C_{14}^3 = 7280$.

5. Сочетания с повторениями.

Имеются предметы n различных типов. Сочетаниями с повторениями из " n " элементов по " m " элементов называются такие соединения из " m " элементов, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

$$\overline{C}_n^m = C_{m+n-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}$$

Задача. Сколькими способами можно составить набор из 9 конфет, если имеются 4 сорта конфет?

Решение. Искомое число наборов из 8 конфет равно:

$$\overline{C}_4^9 = C_{4+9-1}^9 = C_{12}^9 = C_{12}^3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3!} = 220.$$

6. Случайные величины. Закон распределения и функция распределения дискретной случайной величины.

Наряду с понятием случайного события в теории вероятности используется и более удобное понятие *случайной величины*.

Определение. **Случайной величиной** называется величина, принимающая в результате опыта одно из своих возможных значений, причем заранее неизвестно, какое именно.

Будем обозначать случайные величины заглавными буквами латинского алфавита (X, Y, Z, \dots), а их возможные значения – соответствующими малыми буквами (x_i, y_i, \dots).

Определение Случайная величина называется **дискретной**, если она принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями.

Определение Случайная величина называется **непрерывной**, если множество ее возможных значений целиком заполняет некоторый конечный или бесконечный промежуток.

Дискретные случайные величины.

Для задания дискретной случайной величины нужно знать ее возможные значения и вероятности, с которыми принимаются эти значения. Соответствие между ними называется **законом распределения** случайной величины. Он может иметь вид таблицы, формулы или графика.

Таблица, в которой перечислены возможные значения дискретной случайной величины и соответствующие им вероятности, называется **рядом распределения**:

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-------|-----|
| x_i | x_1 | x_2 | ... | x_n | ... |
| p_i | p_1 | p_2 | ... | p_n | ... |

Заметим, что событие, заключающееся в том, что случайная величина примет одно из своих возможных значений, является достоверным, поэтому $\sum_{i=1}^{n(\infty)} p_i = 1$.

Задача. Два стрелка делают по одному выстрелу по мишени. Вероятности их попадания при одном выстреле равны соответственно 0,6 и 0,7. Составить ряд распределения случайной величины X – числа попаданий после двух выстрелов.

Решение. Очевидно, что X может принимать три значения: 0, 1 и 2. Их вероятности найдены в примере, рассмотренном в лекции 3. Следовательно, ряд распределения имеет вид:

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| i | | | |
| i | ,12 | ,46 | ,42 |

7. Числовые характеристики дискретных случайных величин.

Математическое ожидание.

Определение 1. Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма произведений ее возможных значений на соответствующие им вероятности:

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

Если число возможных значений случайной величины бесконечно, то

$$M(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i, \text{ если полученный ряд сходится абсолютно.}$$

Дисперсия.

Определение 2. Дисперсией (рассеянием) случайной величины называется математическое ожидание квадрата ее отклонения от ее математического ожидания:

$$D(X) = M(X - M(X))^2$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X).$$

Определение 3. Средним квадратическим отклонением σ случайной величины X называется квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

Задача. Рассмотрим случайную величину X , заданная рядом распределения вида

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | 9 | 0 | 1 |
| p | ,1 | ,8 | ,1 |

Найти $M(X)$, $D(X)$, σ

Решение:

$$M(X) = 9 \cdot 0,1 + 0 \cdot 0,8 + 1 \cdot 0,1 = 1.$$

$$D(X) = (9^2 \cdot 0,1 + 0^2 \cdot 0,8 + 1^2 \cdot 0,1) - 1^2 = 8,2 - 1 = 7,2.$$

8. Функция распределения.

Определение **Функцией распределения** $F(x)$ случайной величины X называется вероятность того, что случайная величина примет значение, меньшее x :

$$F(x) = P(X < x).$$

Свойства функции распределения.

- $0 \leq F(x) \leq 1$.
- Функция распределения является неубывающей функцией, то есть $F(x_2) \geq F(x_1)$ при $x_2 > x_1$. Это следует из того, что $F(x_2) = P(X < x_2) = P(X < x_1) + P(x_1 \leq X < x_2) \geq F(x_1)$.

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$. В частности, если все возможные значения X лежат на интервале $[a, b]$, то $F(x) = 0$ при $x \leq a$ и $F(x) = 1$ при $x \geq b$. Действительно, $X < a$ – событие невозможное, а $X < b$ – достоверное.

4) Вероятность того, что случайная величина примет значение из интервала $[a, b]$, равна разности значений функции распределения на концах интервала:

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a).$$

Справедливость этого утверждения следует из определения функции распределения (см. свойство 2).

Для дискретной случайной величины значение $F(x)$ в каждой точке представляет собой сумму вероятностей тех ее возможных значений, которые меньше аргумента функции.

Задача. Найдём $F(x)$ для

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| | | | |
| i | | | |
| i | ,12 | ,46 | ,42 |

Решение:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 0,12, & 0 < x \leq 1 \\ 0,12 + 0,46 = 0,58, & 1 < x \leq 2 \\ 0,58 + 0,42 = 1, & x > 2 \end{cases}$$

9. Плотность распределения

Определение и свойства функции распределения сохраняются и для непрерывной случайной величины, для которой функцию распределения можно считать одним из видов задания закона распределения. Но для непрерывной случайной величины вероятность каждого отдельного ее значения равна 0. Это следует из свойства 4 функции распределения: $p(X = a) = F(a) - F(a) = 0$. Поэтому для такой случайной величины имеет смысл говорить только о вероятности ее попадания в некоторый интервал.

Вторым способом задания закона распределения непрерывной случайной величины является так называемая плотность распределения (плотность вероятности, дифференциальная функция).

Определение Функция $f(x)$, называемая **плотностью распределения** непрерывной случайной величины, определяется по формуле:

$$f(x) = F'(x),$$

то есть является производной функции распределения.

Свойства плотности распределения.

1) $f(x) \geq 0$, так как функция распределения является неубывающей.

2) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$, что следует из определения плотности

распределения.

3) Вероятность попадания случайной величины в интервал (a, b)

определяется формулой
$$p(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx.$$

$$4) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \text{ (условие нормировки)}. \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0, \text{ так как}$$

$F(x) \rightarrow const$ при $x \rightarrow \pm\infty$.

Таким образом, график плотности распределения представляет собой кривую, расположенную выше оси Ox , причем эта ось является ее горизонтальной асимптотой при $x \rightarrow \pm\infty$ (последнее справедливо только для случайных величин, множеством возможных значений которых является все множество действительных чисел). Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиком этой функции, равна единице.

Замечание. Если все возможные значения непрерывной случайной величины сосредоточены на интервале $[a, b]$, то все интегралы вычисляются в этих пределах, а вне интервала $[a, b]$ $f(x) \equiv 0$.

Задача. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой

$$f(x) = \frac{C}{1+x^2}, \quad -\infty < x < +\infty.$$

Найти: а) значение константы C ; б) вид функции распределения;
в) $p(-1 < x < 1)$.

Решение: а) значение константы C найдем из свойства 4:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{C}{1+x^2} dx = C \operatorname{arctg} x \Big|_{-\infty}^{+\infty} = C \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = C\pi = 1, \text{ откуда } C = \frac{1}{\pi}.$$

$$\text{б) } F(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^x \frac{1}{1+t^2} dt = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} t \Big|_{-\infty}^x = \frac{1}{\pi} \left(\operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } p(-1 < x < 1) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) = 0,5.$$

Задача. Функция распределения непрерывной случайной величины имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x-2}{2}, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Найти плотность распределения.

Решение.

$$f(x) = \begin{cases} 0', & x \leq 2 \\ \left(\frac{x-2}{2} \right)', & 2 < x \leq 4 \\ 1', & x > 4 \end{cases} = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ 0,5, & 2 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4. \end{cases}$$

Варианты контрольных работ.

Вариант №1

1. В группе 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать старосту, профорга и казначея?
2. Сколько прямых можно провести через восемь точек, из которых 3 точки лежат на одной прямой, а остальные пять расположены таким образом, что любые три из них не лежат на одной прямой?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 12 | 10 | 18 |
| p | 0,2 | 0,5 | 0,3 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{9} - 1 \right), \quad p\left(\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\right)$$

Вариант №2

1. Код в сейфе состоит из трех букв и двух цифр. Сколько существует возможностей набирания кода, если буквы и цифры не повторяются. В русском алфавите 33 буквы
2. Определить число диагоналей выпуклого восьмиугольника.
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| X | 5 | 8 | 2 |
| p | 0,2 | 0,1 | 0,7 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{81} & \text{при } 0 < x \leq 9, \\ 1 & \text{при } x > 9. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{10}(x^2 + 3x), \quad p\left(\frac{1}{2} < x < 1\right)$$

Вариант №3

1. Сколько трехзначных цифр можно составить из цифр 0,1,2,3,4 (без повторений).
2. Сколькими способами можно выбрать четыре подарка из 9 различных предметов?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|---|----|----|----|
| X | 4 | 5 | 2 |
| p | ,3 | ,2 | ,5 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Найти дифференциальную функцию f(x) (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{49} & \text{при } 0 < x \leq 7, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - x), \quad p\left(-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}\right)$$

Вариант №4

1. В шахматном турнире участвуют 5 мужчин и 8 женщин. Сколькими способами можно составить 3 смешанные пары?
2. Сколькими способами можно распределить 10 различных цветков между тремя студентками?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|---|----|----|----|
| X | 1 | | |
| p | ,3 | ,2 | ,5 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Найти дифференциальную функцию f(x) (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{64} & \text{при } 0 < x \leq 8, \\ 1 & \text{при } x > 8. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{5}(x^2 + 4x), \quad p\left(-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right)$$

Вариант №5

1. В забеге участвуют 7 спортсменов. Сколькими способами распределятся первые три места?
2. Сколькими способами можно составить набор из 8 пирожных, если имеется 4 сорта пирожных?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | | | |
| p | ,4 | ,2 | ,4 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{3}(x^2 + 2x), \quad p(-1 < x < 1)$$

Вариант №6

1. Сколько различных трехцветных флагов можно изготовить, комбинируя синий, красный и зеленый цвет?
2. Из 10 роз и 8 георгинов нужно составить букет, содержащий 2 розы и 3 георгина. Сколько различных букетов можно составить?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | 0 | 5 | 7 |
| p | ,6 | ,1 | ,3 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2, \quad p\left(\frac{2}{3} < x < 1\right)$$

Вариант №7

1. На железной дороге 20 станций на каждом билете печатаются названия станций отправления и прибытия. Сколько различных билетов можно напечатать?
2. В урне m белых и n черных шаров. Сколькими способами можно выбрать из урны r шаров, из которых белых будет k штук? Считается, что шары каждого цвета различны, например, перенумерованы.
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | | 4 | 6 |
| p | ,1 | ,3 | ,6 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$.
Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{x^2}{9}, \quad p\left(-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5}\right)$$

Вариант №8

1. Сколько вариантов распределения трех путевок в санаторий различного профиля можно составить для пяти претендентов?
2. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|--|--|---|
| X | | | 1 |
|-----|--|--|---|

| | | | |
|-----|----|----|----|
| p | ,4 | ,1 | ,5 |
|-----|----|----|----|

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{10}(x^2 + 3x), \quad p\left(\frac{1}{2} < x < 1\right)$$

Вариант №9

1. Сколько вариантов расписания можно составить на один день, если всего имеется 8 учебных предметов, а в расписание на день могут быть включены только три из них?

2. В урне m белых и n черных шаров. Сколькими способами можно выбрать из урны r шаров, из которых белых будет k штук? Считается, что шары каждого цвета различны, например, перенумерованы.

3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | | 4 | 6 |
| p | ,1 | ,3 | ,6 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{9} - 1\right), \quad p\left(\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\right)$$

Вариант №10

1. Сколько вариантов распределения трех путевок в санаторий различного профиля можно составить для пяти претендентов?
2. Сколькими способами можно составить дозор из трех солдат и одного офицера, если имеется 80 солдат и 3 офицера?
3. По заданному ряду распределения случайной величины X найти $M(X)$, $D(X)$, σ

| | | | |
|-----|----|----|----|
| X | | | 7 |
| p | ,1 | ,3 | ,6 |

4. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$.
Найти дифференциальную функцию $f(x)$ (плотность вероятности).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

5. Плотность распределения непрерывной случайной величины задана формулой. Найти $p(a < x < b)$.

$$f(x) = \frac{x^2}{9}, \quad p\left(-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5}\right)$$